

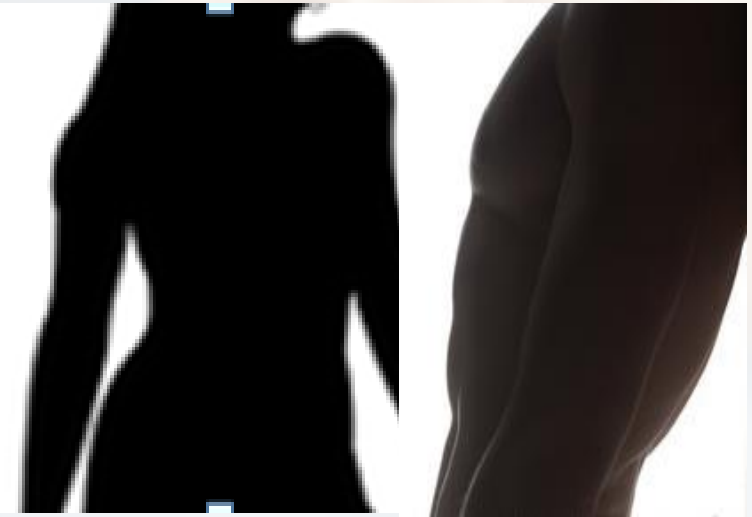
Ansichten über krumme Kurven oder der Einsatz der Spline-Interpolation in einer CNC-Steuerung

“Amazing ideas and freaky challenges in software
development”

Klaus, 20.01.2015
Werner Heimpel

Software

- Computertechnologie der letzten 40 Jahre
- Entwicklung numerischer Verfahren um beliebige Kurvenverläufe mathematisch zu charakterisieren
- Beispiele: Organische Konturen: Kuhbefleckung oder Silhouette einer Frau/eines Mannes

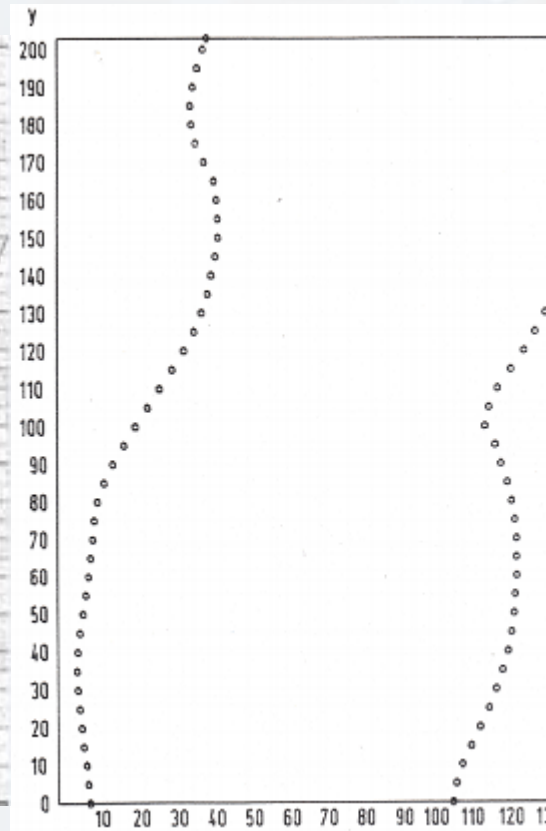


Vergleichende Methodik der Beschreibbarkeit (1)

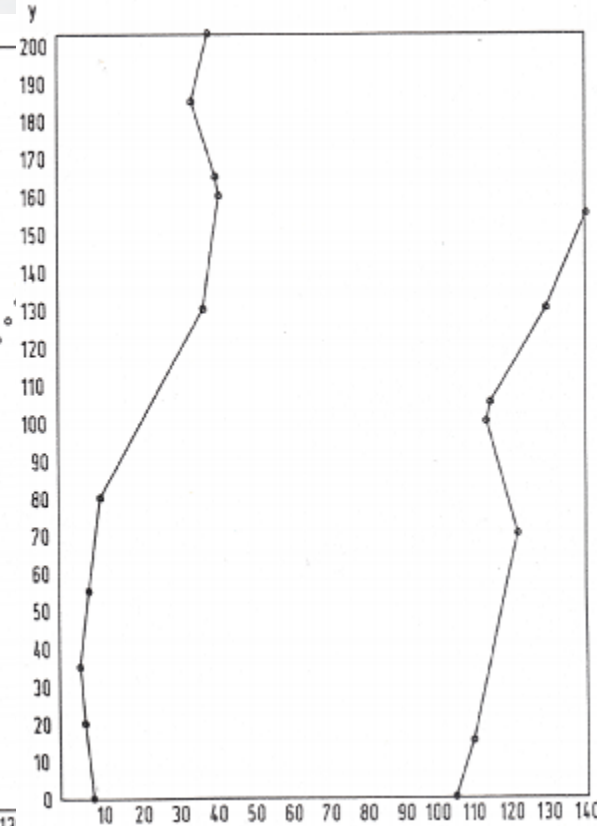
Ausgangskurve



Dichte Punktfolgen



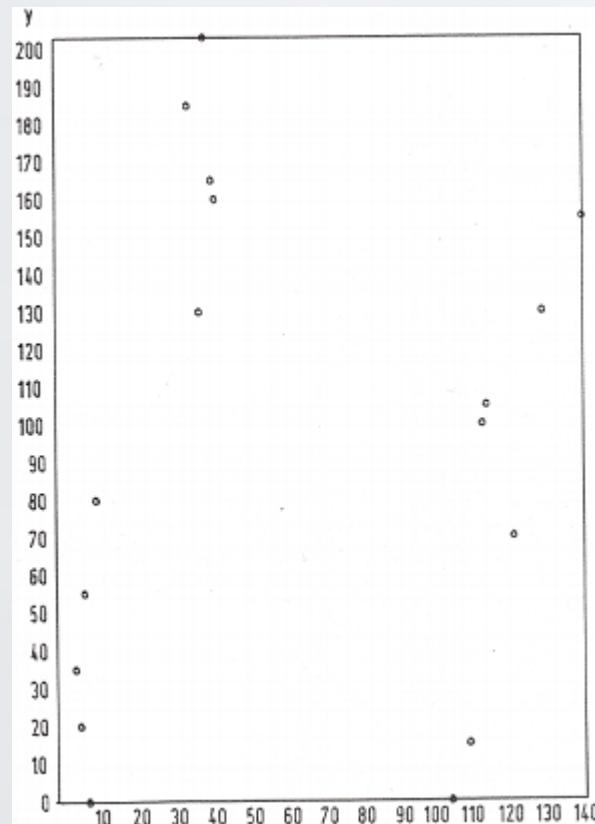
Lineare Interpolation



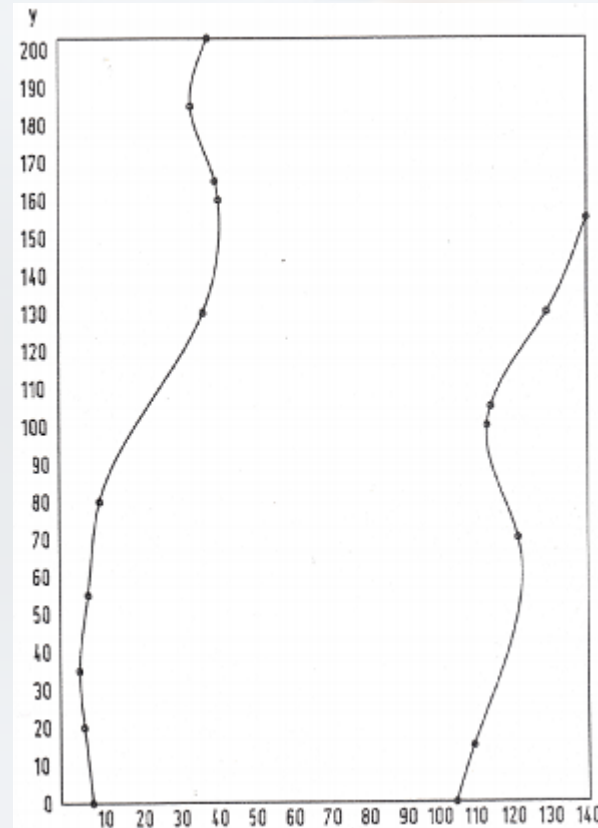
Software

Vergleichende Methodik der Beschreibbarkeit (2)

Gegebene
Stützpunkte



Elastisches Lineal ->
Spline-Kurve



Software

■ Interpolierendes Polynom

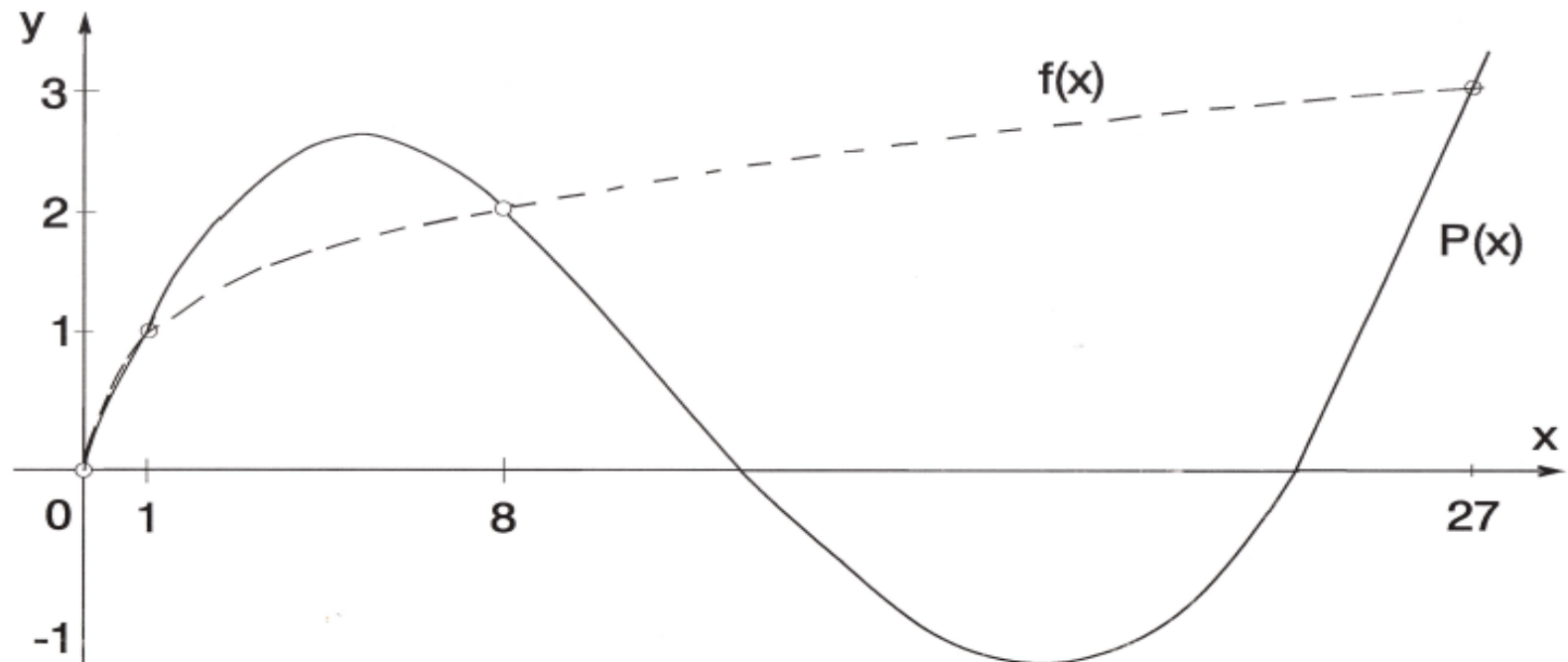


Abb. 1: Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ und interpolierendes Polynom $P(x)$
 $f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(8)=2$, $f(27)=3$

■ Interpolierendes Spline-Polynom 3. Grades (Kubische Spline)

- Spline-Funktion $S_i(x)$

$$s_j(x) = a_j + b_j \cdot (x - x_j) + c_j \cdot (x - x_j)^2 + d_j \cdot (x - x_j)^3 \text{ für } x_{j-1} \leq x \leq x_j \text{ und } j = 1, \dots, n$$

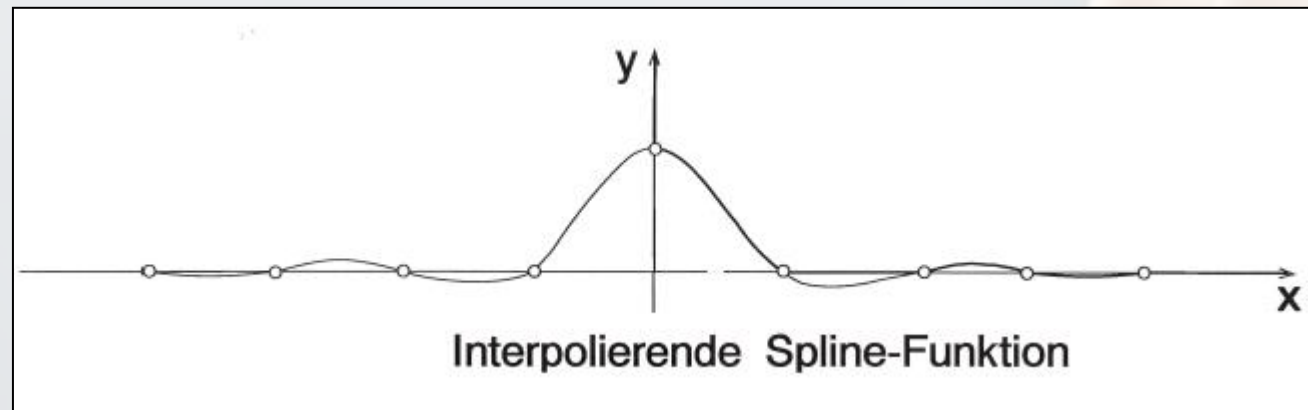
- 2 Bedingungen:

Stetigkeit des Graphen und der 1. und 2. Ableitung

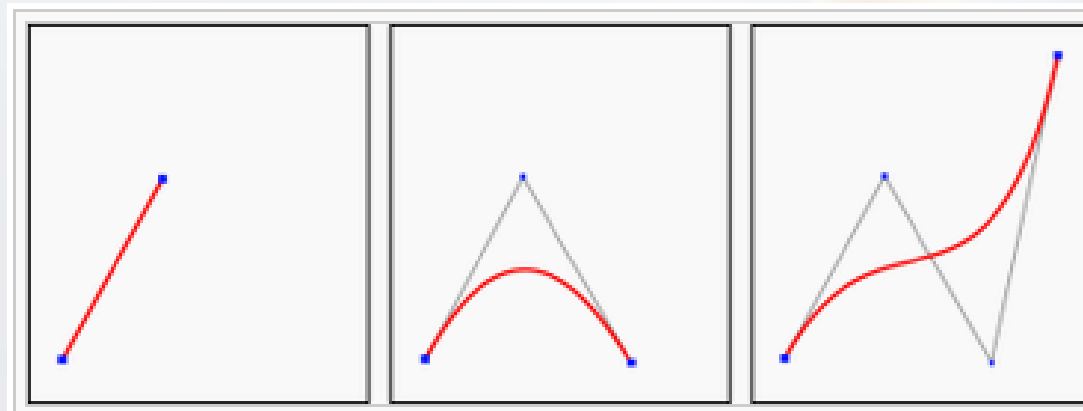
$$s'_j(x_j) = s'_{j+1}(x_j) \quad j = 1, \dots, n-1$$

$$s''_j(x_j) = s''_{j+1}(x_j) \quad j = 1, \dots, n-1$$

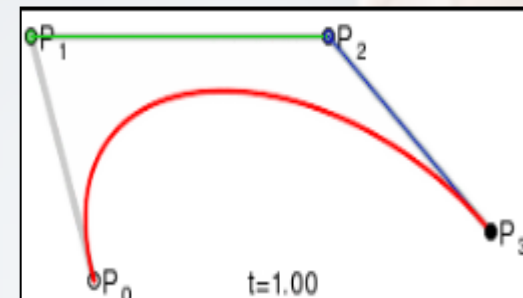
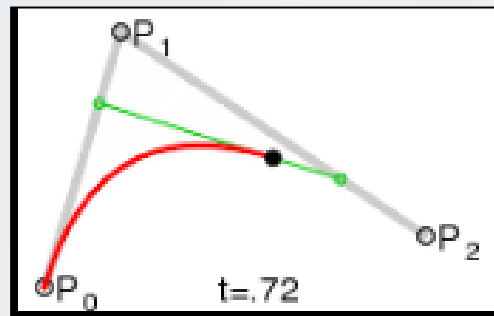
- Graph von $S_j(x)$



- Interpolation mit Beziér-Kurven
 - Beziér-Kurven 1., 2. und 3. Grades

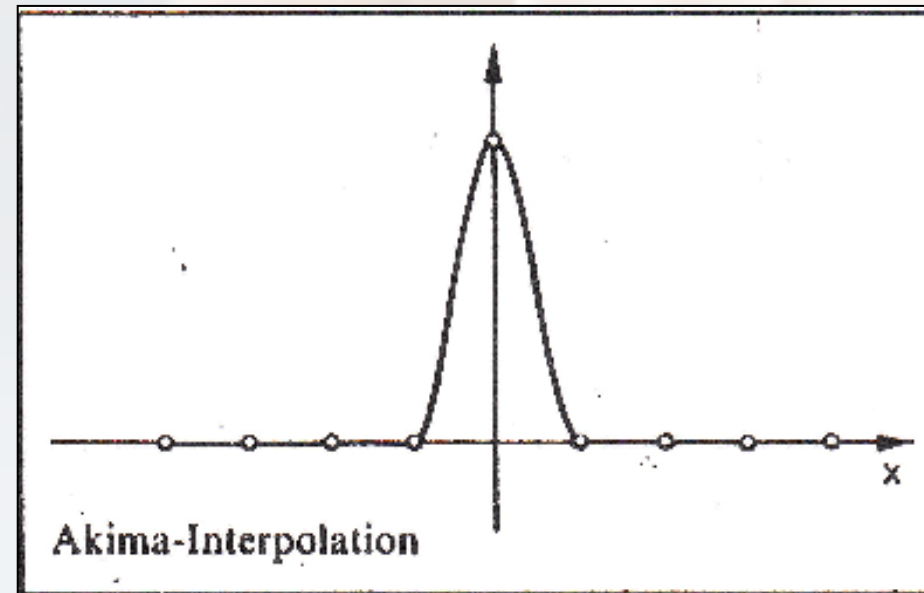
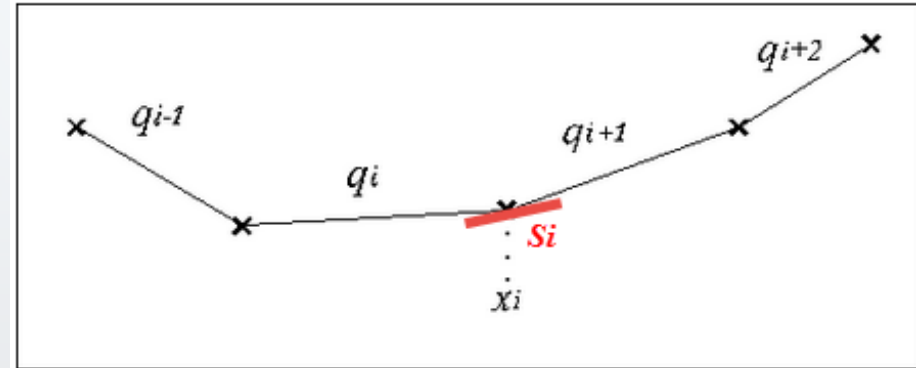


- Kontrollpunkte



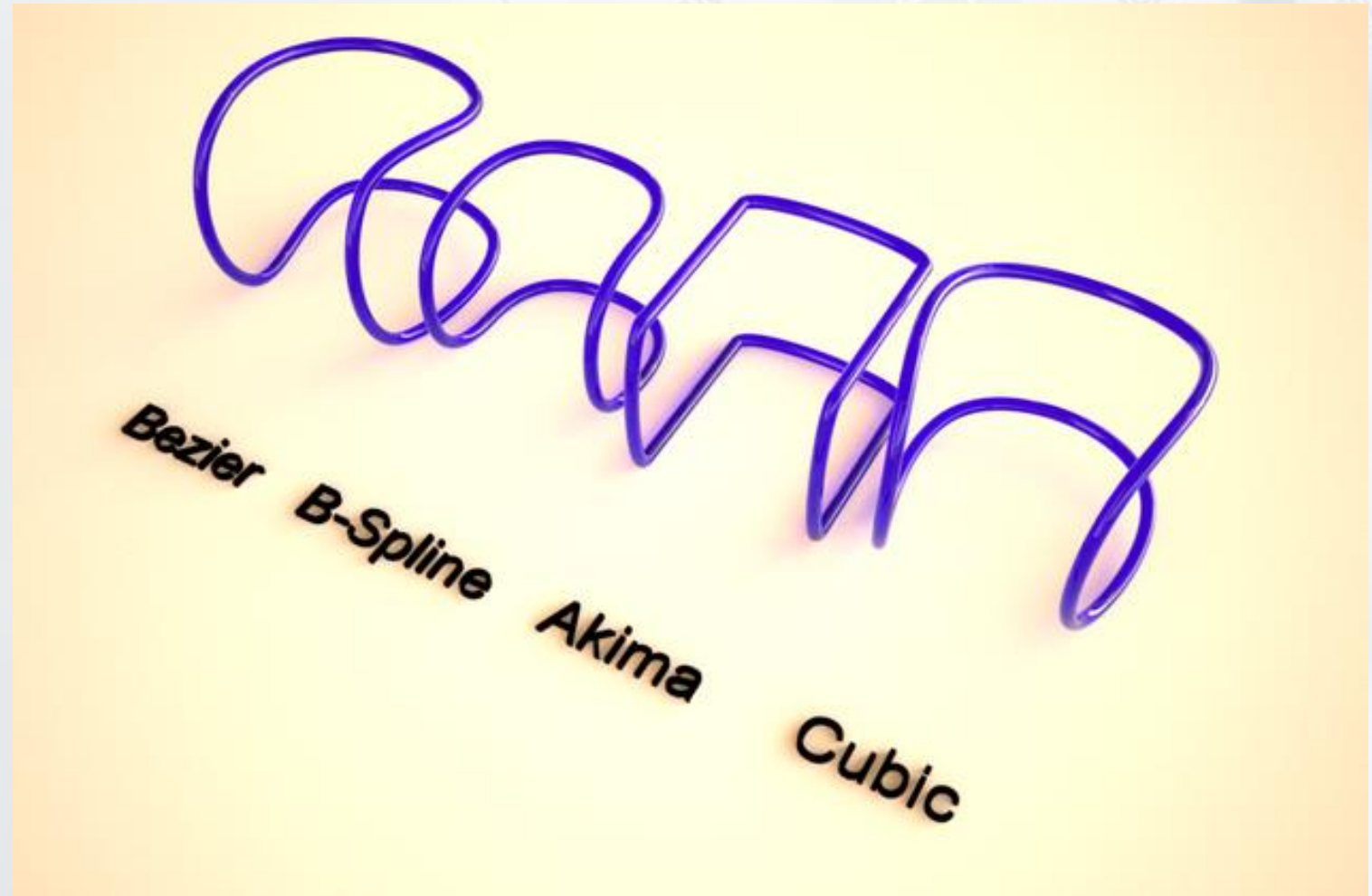
■ Interpolation mit Akima-Kurven

- Steigungsformel
- Kurvenverlauf wie von Hand gezeichnet
- Nachteil: Keine Stetigkeit in der 2. Ableitung



Geometrischer Vergleich der Lösungsansätze

Software



Motivation für eine Spline-Interpolation in einer CNC

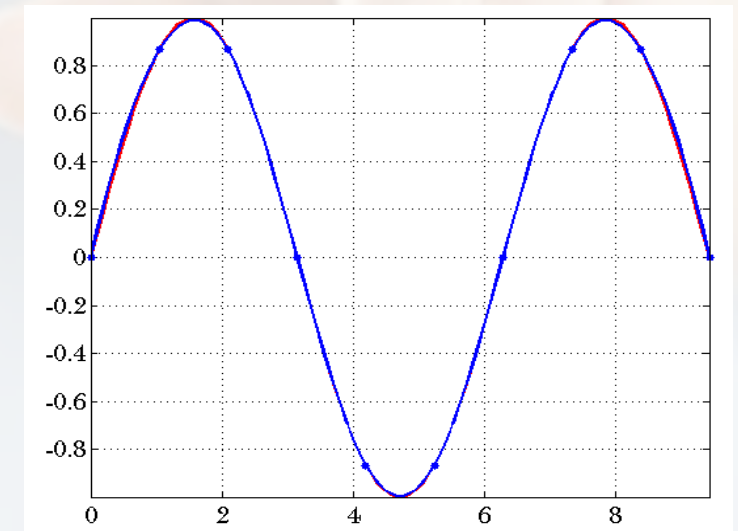
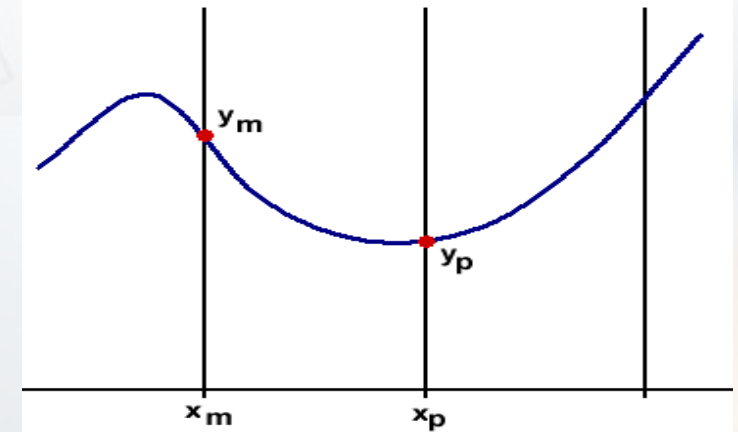
Software

■ Interpolation

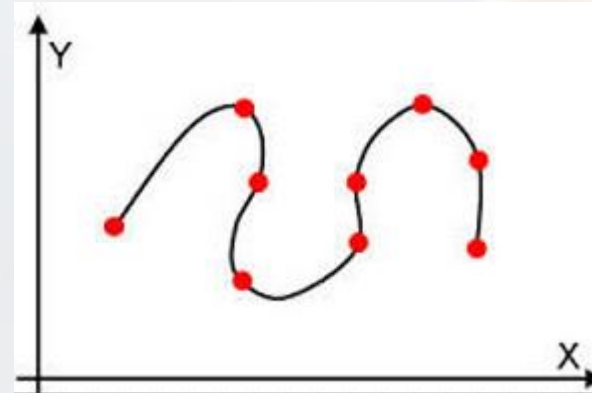
- Stückweise Interpolation niedriger Ordnung
- Interpolationsformel soll Angaben über Ableitungen besitzen

■ Geometrische Anforderungen

- Geringe Welligkeit
- Gesamtkrümmung sehr klein oder minimal
- Wiedergabe von Symmetrien zwischen den Stützstellen



- Was ist eine CNC Steuerung:?
- Weitere Spline-Anforderungen in der CNC
 - Aufhebung der Monotonie in den Koordinatenachsen
 - Zuordnung von
 - Geschwindigkeit
 - Beschleunigung



Spline-Betrachtung in der CNC

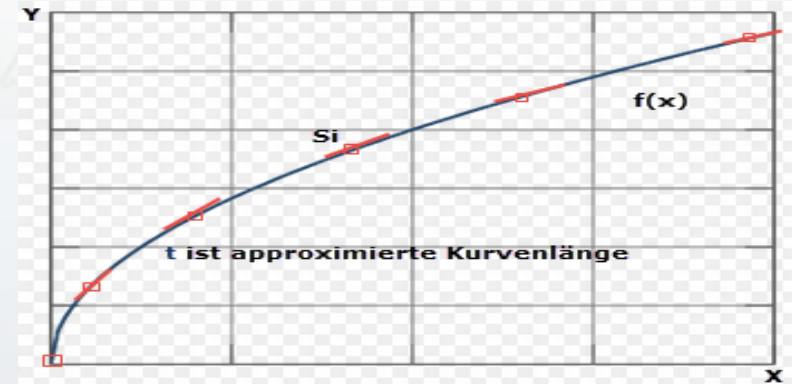
(R2, ..., R9)



Vorgehensweise bei Spline-Konturen in der CNC (1)

■ Spline-Konturen

- Definition der Stützpunkttabelle
- Richtungsberechnung
- Zeitbasisberechnung t



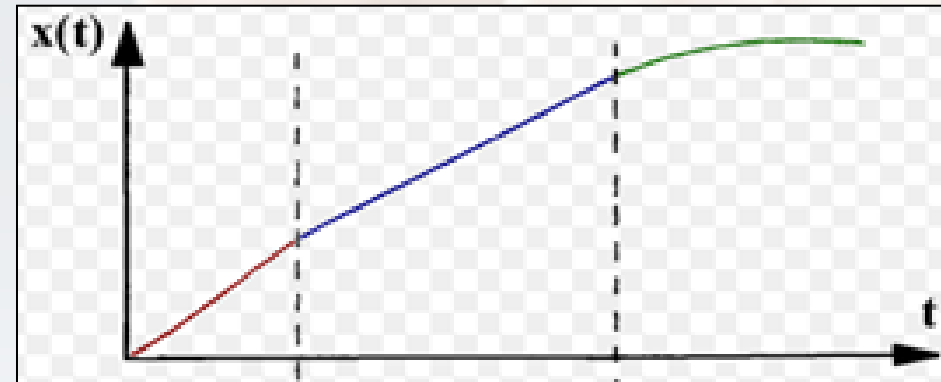
- Parametrisierung als Funktion der Zeit:

$x \rightarrow f(x)$

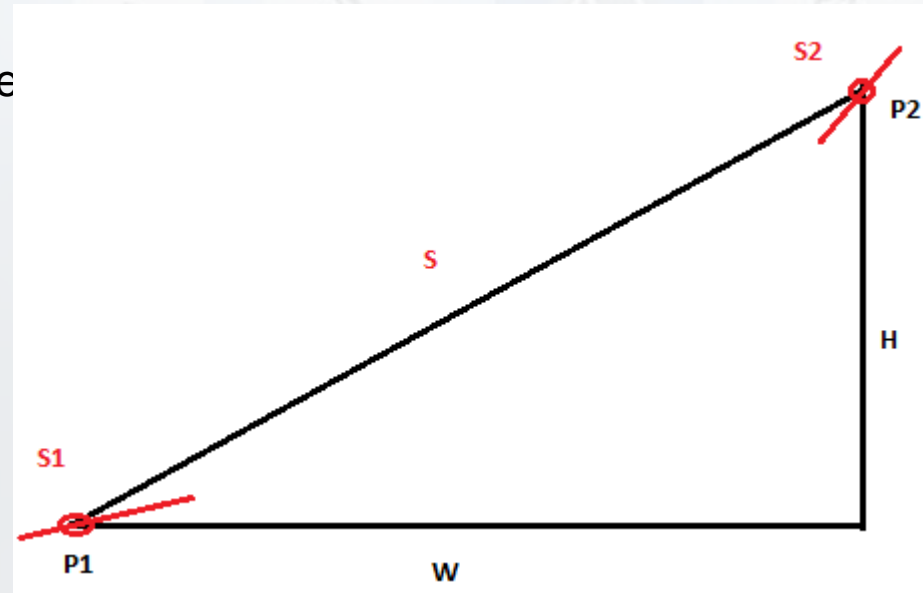


$t \rightarrow x(t)$

$t \rightarrow y(t)$



- Spline-Konturen
 - Wendepunktanalyse

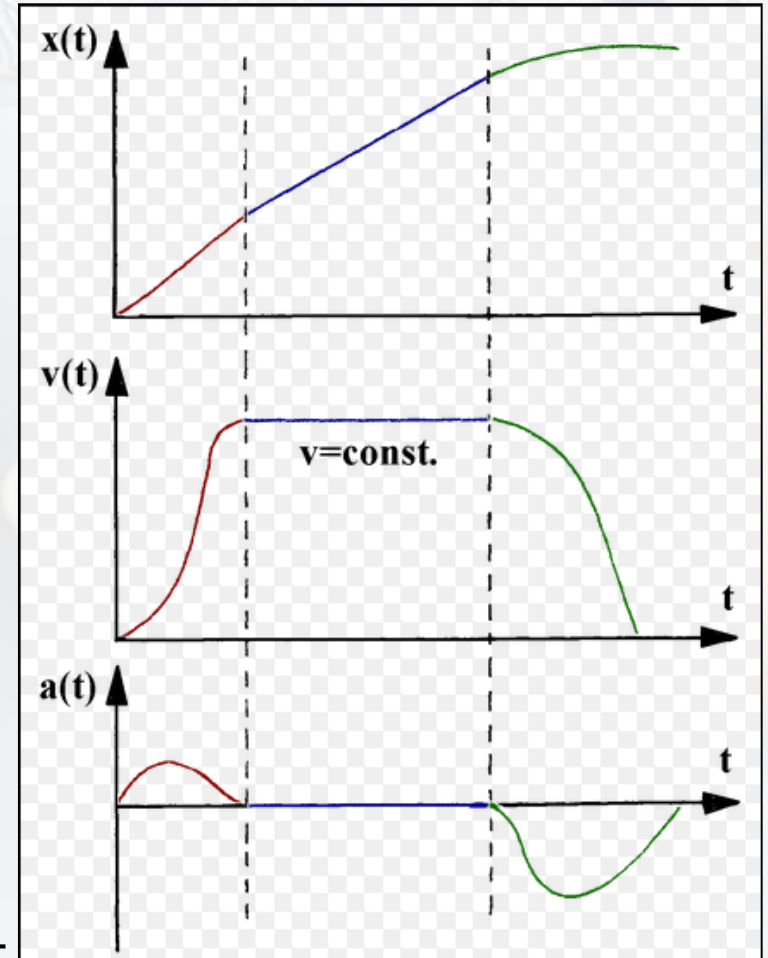


- Wendepunkt bei P1 oder P2:

$$\frac{2 \cdot S1 + S2}{3} \leq S \leq \frac{S1 + 2 \cdot S2}{3}$$

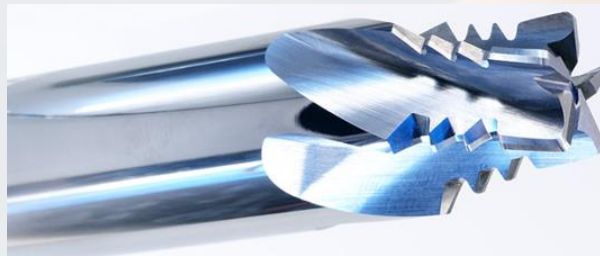
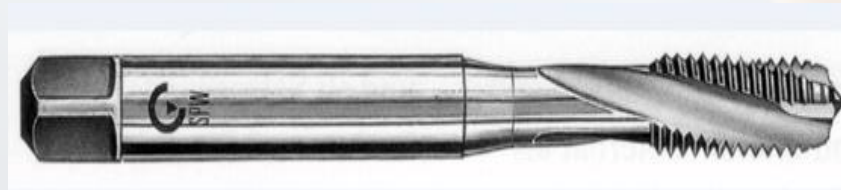
■ Bedeutung der „Zeit“-parametrisierten Spline-Polynome

- Graph $X(t)$
- 1. Ableitung $X'(t)$ ~ Geschwindigkeit
- 2. Ableitung $X''(t)$ ~ Beschleunigung
- Überprüfung Achsgeschwindigkeit / -Beschleunigung



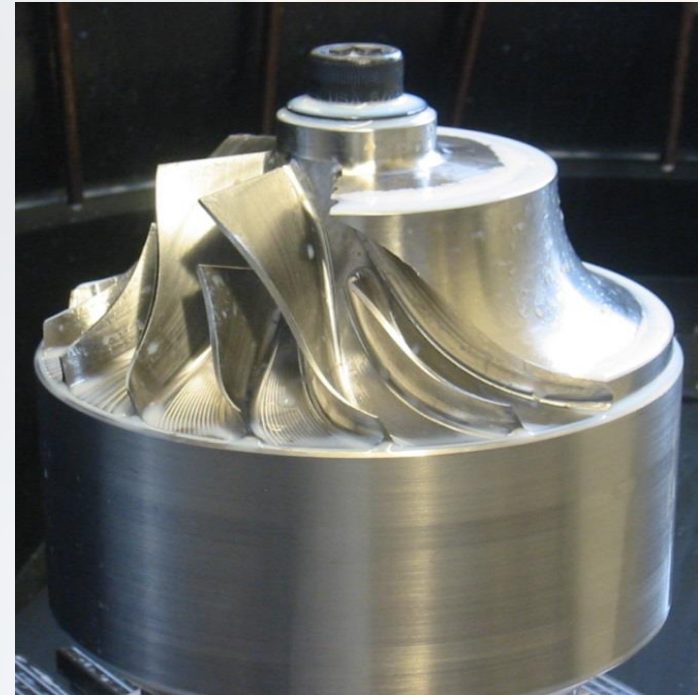
■ Anwendungsbeispiele: Werkzeugschleifen

Software



Software

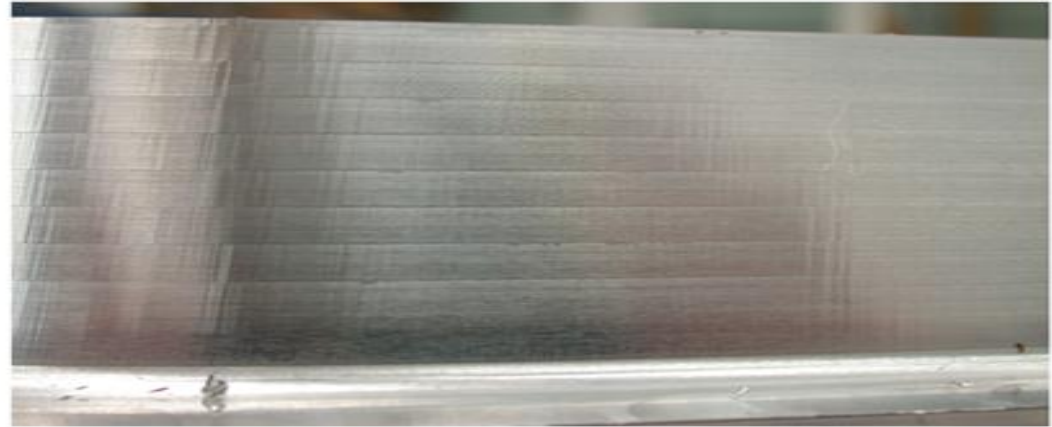
- Echtzeit-Spline
 - Polynom-Koeffizienten bereits im Teileprogramm vorhanden
 - Teileprogramme werden von CAM-Programmen generiert
- Vorteil: Keine Vorrechenzeit, direkt in Echtzeit ausführbar
- Anwendungsbeispiele:
 - Turbinenschaufel
 - Impeller Fräsen



Software

- Vergleich Feine Linearinterpolation zu Echtzeit-Spline

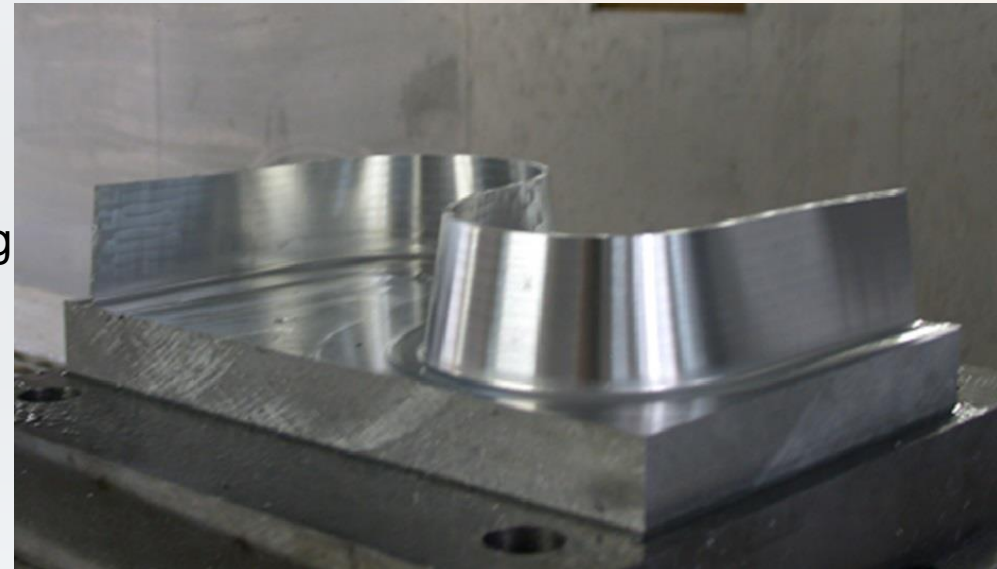
- Lineardaten



- Spline-Daten



- Quintische Spline (Polynom 5. Grades)
 - Auch Stetigkeit in der 3. Ableitung (Ruck)
 - Verbessertes Regelungsverhalten, da Bestandteil der Achsdaten
- Splines mit Spannungsparameter
- Anwendungsbeispiele:
 - 5-Achs Fräsen
 - Freiformflächenbearbeitung



Besten Dank für eure Aufmerksamkeit